

8 класс, 2 день

1. Точки D и E — основания биссектрис углов A и C треугольника ABC . Оказалось, что $\angle ADC = 2\angle AEC$. Чему равен угол A ?
2. Чевианы AD и BE правильного треугольника ABC пересекаются в точке F . Оказалось, что $S(ABF) = S(CEFD)$. Найдите угол AFB .
3. Внутри правильного n -угольника $A_1A_2 \dots A_n$ взята точка P . Докажите, что один из треугольников $A_1PA_2, A_2PA_3, \dots, A_nPA_1$ можно покрыть другим.
4. На сторонах BC и AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ выбраны точки E и F так, что $AB/AF = CD/DF$ и $\angle AEB = \angle DEC$. Докажите, что если $\angle ABC = \angle BCD$, то $BC \perp EF$.
5. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ $\angle ABC \geq \angle BCD \geq 120^\circ$. Докажите, что $|AC| + |BD| \geq |AB| + |BC| + |CD|$.
6. В трапеции $ABCD$ ($AB \parallel CD$) углы $\angle ABC$ и $\angle BAD$ острые. Докажите, что треугольник ABC можно разрезать на треугольники $X_1, \dots, X_4$, а треугольник ABD на треугольники $Y_1, \dots, Y_4$ так, что для каждого $i = 1, \dots, 4$ треугольники X_i и Y_i равны.
7. Выпуклый пятиугольник $ABCDE$ вписан в окружность с центром O . Оказалось, что

$$2\angle AEC - 4\angle ADB = 2\angle CAE - 4\angle DBE = \angle ACE.$$

Точка F на отрезке BD такова, что $\angle CAF = \angle CEF$. Докажите, что точки A, O, F и E лежат на одной окружности.